

DENEY 5

ZORLANMIŞ VORTEKS DENEYİ

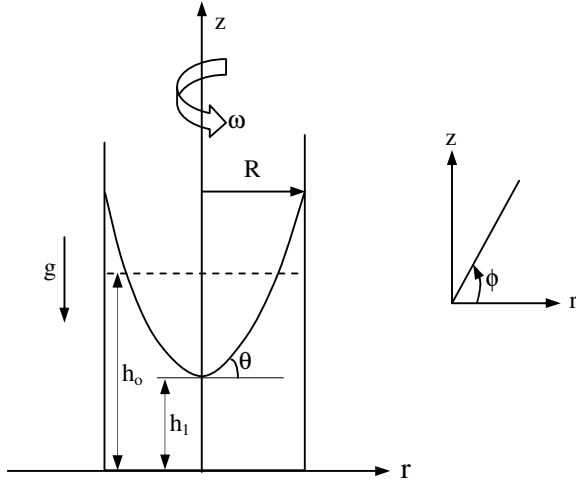
1. AMAÇ

Deneyin amacı, zorlanmış vorteks hareketi yapan bir silindir içindeki sıvıda basınç dağılımının belirlenmesi.

2. GİRİŞ

Kısmen dolu olan bir silindir içindeki sıvı sabit bir ω açısal hızı ile kendi eksenini etrafında döndürülürse kısa bir süre sonra silindir içinde relatif hızlar ortadan kalkar ve sıvı rijit cisim gibi hareket etmeye başlar (Şekil 1).

Zorlanmış bir vortekste, dışarıdan enerji sağlama nedeniyle akışkanın hızı ve basıncı artar. Bu prensip santrifüj pompalarda kullanılır. Sıvı, pompaya merkezden alçak basınçla girer. Kanatların veya savurucunun merkezinden, çevreye doğru ilerlerken hızı ve basıncı artar. Bu sayede pompa kanatlarında basınçlandırılan sıvı belli bir yüksekliğe basılabilmektedir.



Şekil 1. ω açısal hızı ile döndürülen sıvının yüzeyi ve koordinat sistemi

3. TEORİ

Silindirik koordinat sisteminde Navier-Stokes denklemleri yazılırsa.

r - yönünde,

$$\rho \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{V_\phi^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = F_r - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

ϕ - yönünde,

$$\rho \left(\frac{\partial V_\phi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{V_r V_\phi}{r} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right) = F_\phi - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial r} - \frac{V_\phi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{V_r}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

z - yönünde,

$$\rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

denklemleri elde edilir.

Zorlanmış vorteks hareketinde, V_r , V_z , F_r , F_ϕ , $\frac{\partial V_\phi}{\partial \phi}$ ifadelerinin sıfır olduğu ve hareketin zamana bağlı olmadığı göz önüne alınırsa, yukarıda verilen (1), (2) ve (3) nolu eşitlikler önemli oranda basitleşir.

r - yönündeki eşitlik,

$$\rho \left(-\frac{V_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} \quad (4)$$

ϕ - yönündeki eşitlik,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} = 0 \quad (5)$$

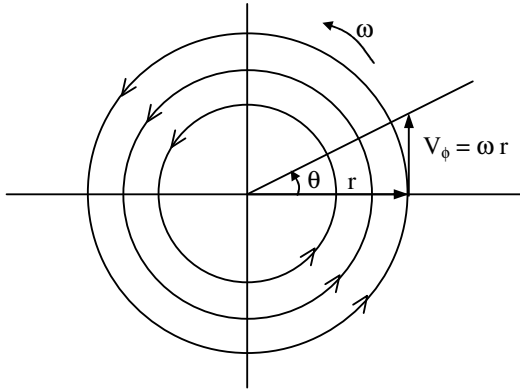
z – yönündeki eşitlik,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (6)$$

haline gelir. (4), (5) ve (6) ifadeleri incelendiğinde basıncın r ' nin ve z 'nin fonksiyonu olduğu görülür ($P = P(r,z)$). Silindirik içindeki basınç ifadesini hesaplamak isteyelim.

Şekil 2 'de görüldüğü gibi zorlanmış vortekste ϕ yönündeki hız ifadesi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Katı cisim hareketi).

$$V_\phi = \omega r \quad (7)$$



Şekil 2. Zorlanmış vortekste akım çizgileri

(7) nolu ifadeyi (4) nolu denklemde yerine koyarsak aşağıdaki basınç ifadesi elde edilir.

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{\omega^2 r^2}{r} = \rho \omega^2 r \quad (8)$$

Yukarıdaki ifadenin integrali alınarak,

$$\int_{P_1}^P dP = \int_{r_1}^r \rho \omega^2 r dr$$

$$P - P_1 = \rho \frac{\omega^2 (r^2 - r_1^2)}{2} + c(z) \quad (9)$$

(9) eşitliği elde edilir. $c(z)$ fonksiyonunun değerini tespit etmek için (6) nolu eşitliği kullanalım:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g = c'(z)$$

Bu eşitlik integre edilirse,

$$c(z) = -\rho g(z - z_1) \quad (10)$$

elde edilir. Eş. (10), Eş. (9) 'da yerine konulursa, $P = P(r,z)$ ifadesinin genel şekli bulunur.

$$P - P_1 = \rho \frac{\omega^2 (r^2 - r_1^2)}{2} - \rho g(z - z_1) \quad (11)$$

Eğer 1 noktası serbest yüzeyde eksen üzerinde alınır, $P_1 = P_{atm}$, $r_1 = 0$, $z_1 = h_1$ olur. Bunun sonucu olarak Eş. (11) şu hale gelir.

$$P - P_{atm} = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g(z - h_1) \quad (12)$$

Sıvı yüzeyinde basıncın sabit ve atmosfer basıncına eşit olduğu düşünülürse ($P = P_{atm}$),

$$0 = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g(z - h_1) \quad (13)$$

Bu eşitlik düzenlenirse serbest yüzey denklemi elde edilir.

$$z = h_1 + \frac{(\omega r)^2}{2g} \quad (14)$$

Zorlanmış vorteks hareketi esnasında hacmin sabit kaldığı düşünülürse h_1 ifadesi h_0 , R bilinenleri cinsinden yazılabilir.

Dönme olmadığı durumdaki sıvı hacmini yazalım.

$$V = \pi R^2 h_0 \quad (15)$$

Dönme esnasındaki sıvı hacmini yazalım.

$$V = \int_0^R \int_0^z 2\pi r dz dr = \int_0^R 2\pi r z dr \quad (16)$$

$$V = \int_0^R 2\pi \left(h_1 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \right) r dr \quad (17)$$

Buradan,

$$V = \pi \left(h_1 R^2 + \frac{\omega^2 R^4}{4g} \right) \quad (18)$$

ifadesi elde edilir. Dönme olmadığı durumdaki sıvı hacmi, Eş. (18) deki hacme eşit olduğu düşünülürse, h_1 için şu eşitlik bulunur.

$$h_1 = h_0 - \frac{(\omega R)^2}{4g} \quad (19)$$

Sonuç olarak sıvının serbest yüzeyinin eşitliği için, aşağıdaki ifade elde edilir.

$$z = h_0 - \frac{(\omega R)^2}{2g} \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (20)$$

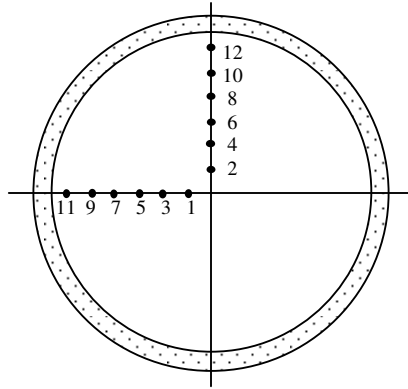
Serbest yüzeyin eğimini bulmak için (20) nolu ifadenin r 'ye göre türevi alınır. Bu durumda,

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (21)$$

elde edilir.

4. TEKNİK VERİLER

Zorlanmış vorteksin oluştuğu silindirik kaba ait basınç ölçüm noktaları Şekil 3 'de ve radyal yöndeki uzaklıkları Tablo 1 'de verilmektedir.



Şekil 3. Silindir kabın tabanındaki basınç ölçüm noktaları

Tablo 1. Silindir tabanındaki basınç ölçüm noktalarının radyal yönde merkeze olan uzaklıkları

No	R (mm)
1	30
2	40
3	50
4	60
5	70
6	80
7	90
8	100
9	110
10	120
11	130
12	140

Ayrıca deneyde kullanılan silindire ait bazı veriler aşağıda verilmiştir:

Silindir iç yarıçapı (R)	: 145 mm
Silindirin içindeki su yüksekliği (h_0)	: 300 mm
Yerçekimi ivmesi (g)	: 9.81 m/s ²
Elektrik motoru devir sayısı (n)	: 1000 dev/dak
Dişli oranı	: 6/31

5. CİHAZ VE GEREÇLER

- Silindir kap
- Elektrik motoru
- Redüktör
- Basınç ölçüm aleti

6. DENEYİN YAPILIŞI VE İSTENENLER

Silindir içinde belli yükseklikteki su, tabandaki döner bir pleyt (kanatçık) vasıtası ile ω açısal hızı ile tahrik edilir.

Belli bir süre sonra, tabandan verilen hareket bütün sıvı içinde yayılır ve sıvı katı bir cisim gibi dönmeye başlar. Bu esnada sıvı içinde tabandan basınç ölçümü yapılır ve ölçüm panosunda radyal yönde bir dağılımın olduğu gözlenir.

1. Deney esnasında basınç ölçüm panosundaki basınç değerlerini mmss olarak kayıt ediniz. Bu değerleri teorik değerlerle karşılaştırınız.
2. Ölçülen basınç değerlerini kullanarak serbest yüzeyin eğrisini bulunuz ve bu eğriyi teorik olarak elde edilen eğri ile karşılaştırınız.

Bulduğunuz bütün sonuçları ve grafikleri düzgün bir şekilde deney yazım formatına uygun olarak hazırlayınız. Birimlere dikkat ediniz. Bulduğunuz sonuçların birimlerini yazmayı unutmayınız. Bulduğunuz deneysel ve teorik değerler arasındaki farkı yorumlayınız.